

Übung zur quadratischen Ergänzung

Methode der Quadratischen Ergänzung zur Bestimmung von Parabelscheiteln (Beispiel 1)

Gegeben: $y = x^2 + 10x + 20$

$x^2 + 10x$ sind die ersten beiden Glieder der ersten binomischen Formel. Dann ist $+10x$ das doppelte Produkt. Daraus muss das Ziel $(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$ erkannt werden. Also muss $+25 - 25$ ergänzt werden:

$$y = x^2 + 2 \cdot 5x + 25 - 25 + 20$$

$$y = (x + 5)^2 - 25 + 20$$

$$y = (x + 5)^2 - 5$$

Der Scheitel ist dann $S(-5 | -5)$

Methode der Quadratischen Ergänzung zur Bestimmung von Parabelscheiteln (Beispiel 2)

Gegeben: $y = 2x^2 + 12x + 20$

Zunächst wird die 2 vor dem x^2 ausgeklammert: $y = 2(x^2 + 6x + 10)$

$x^2 + 6x$ sind die ersten beiden Glieder der ersten binomischen Formel. Dann ist $+6x$ das doppelte Produkt. Daraus muss das Ziel $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$ erkannt werden. Also muss $+9 - 9$ ergänzt werden:

$$y = 2(x^2 + 2 \cdot 3x + 9 - 9 + 10)$$

$$y = 2[(x + 3)^2 - 9 + 10]$$

$$y = 2(x + 3)^2 + 2 \cdot 1$$

$$y = 2(x + 3)^2 + 2$$

Der Scheitel ist dann $S(-3 | 2)$

Aufgabe 1: Berechne durch quadratische Ergänzung die Scheitel dieser Parabeln:

(a) $y = x^2 - 12x - 8$

(d) $y = x^2 + 6x + 6$

(b) $y = x^2 + 8x - 10$

(e) $y = x^2 + 18x + 81$

(c) $y = x^2 + 10x$

(f) $y = x^2 - 6$

Aufgabe 2: Berechne durch quadratische Ergänzung die Scheitel dieser Parabeln:

(a) $y = x^2 + 7x - 4$

(d) $y = x^2 - \frac{1}{4}x + 1$

(b) $y = x^2 - 3x + \frac{13}{4}$

(e) $y = x^2 + \frac{3}{5}x + \frac{9}{100}$

(c) $y = x^2 + 11x + \frac{41}{4}$

(f) $y = x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}$